«Утверждаю»
Директор
Ибрагимов Г.И.

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ ... «БУСКРИНСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА» ДАХАДАЕВСКИЙ РАЙОН

Доклад на семинаре учителей математики Дахадаевского района на тему:

Способ «достраивания» при решении задач на «медиану»

Подготовил: учитель математики МБОУ «Бускринская СОШ».

2020 г

Способ «достраивания» при решении задач на «медиану».

«Утверждаю»
Директор
Ибрагимов Г.И.

Доклад на семинаре учителей математики Дахадаевского района на тему:

Способ «достраивания» при решении задач на «медиану»

Подготовил: учитель математики МБОУ «Бускринская СОШ».

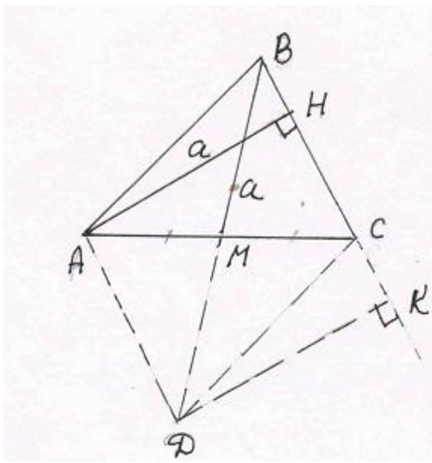
2020 г

Способ «достраивания» при решении задач на «медиану».

Геометрия как школьный предмет способствует становлению правильного логического мышления через задачи, умение решать геометрические задачи является важнейшим фактором для формирования умственных структур. Известно, что мыслительный процесс у человека протекает в форме образов, поэтому в решении геометрической задачи первостепенную роль играет чертёж, который является средством создания геометрического образа по словестному описанию. В планиметрии существуют задачи, к которым традиционные методы либо не применимы, либо дают сложные громоздкие решения. Во многих случаях решать такого рода задачи помогает введение в чертёж дополнительные построения. В некоторых случаях эти построения напрашиваются сами собой, в других требуют изобретательности, геометрической интуиции. Чертёж к данной задаче можно достраивать до фигуры другого типа. Вашему вниманию я предлагаю следующие задачи.

.

№1



Медиана BM ΔABC равна его высоте AH. Найдите ∠MBC.

Дано:

ΔABC, BM- медиана

AH-высота

BM=AH

Найти ∠MBC

Решение:

Пусть BM = AH= a.

Достроим ΔABC до параллелограмма ABCD

BD=2BM=2a,AH=a-высота параллелограмма, проведенная из точки A к стороне BC.

Из точки D на продолжение стороны BC, проведем высоту DK.

Рассмотрим $\Delta BKD, \angle K=90^\circ$,

$BD=2a$ $DK=AH=a$

$\sin\angle B = \frac{DK}{BD} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$.

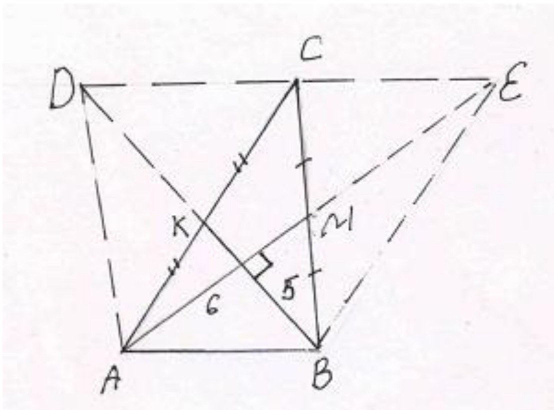
$\angle B=30^\circ$

$\angle B=\angle MBC=30^0$

Ответ: 30^0.

№2

В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна к медиане BK. Найти площадь треугольника ABC, если AM=6 см, BK=5см.



Дано:

ΔABC

AM, BK - медианы

AM перпендикулярна BK

AM=6см

BK=5см

Найти: $S_{\Delta ABC}$

Решение

Достроим ΔABC до параллелограмма ABCD.

Достроим ΔABC до параллелограмма BACE.

$\Delta DCA=\Delta BAC=\Delta CEB$(диагональ параллелограмма делит его на равные треугольники.)

Значит

$S_\Delta = \frac{1}{3} S_{\text{ADEB}}$.

$S_{\text{четырех-ка}} = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\angle\alpha$.

BD=2BK=10см, AE=2AM=2·6=12 см.

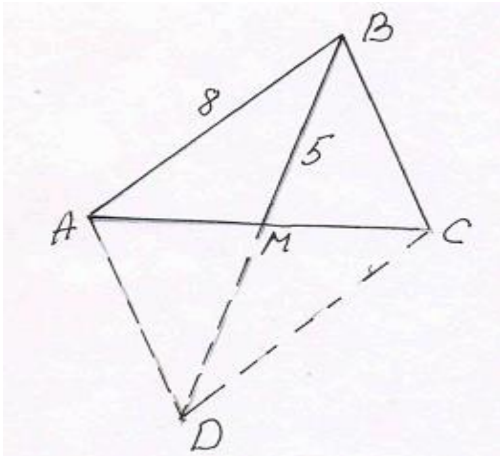
$S_{\text{ADEB}} = \frac{1}{2} \cdot \text{BD} \cdot \text{AE} \cdot \sin 90^0 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot 1 = 60\text{см}^2$.

$S_{\Delta\text{ABC}} = \frac{1}{3} \cdot 60 = 20\text{см}^2$.

Ответ:20см^2.

№3

Площадь ΔABC равна $20\sqrt{3}$.Найдите AC, если сторона AB равна 8 и она больше половины сторон AC, а медиана BM равна 5.



Дано:

ΔABC

$S_{\Delta ABC} = 20\sqrt{3}$.S∆ABC=20√3

BM=5-медиана

AB=8

Найти AC

Решение :

Достроим до параллелограмма ABCD треугольник ABC.

$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\Delta ABC} = 2 \cdot 20\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 40\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BD \cdot \sin\angle ABD$.

$20\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \sin\angle ABD$.

$20\sqrt{3} = 40 \cdot \sin\angle ABD$.

$\sin\angle ABD = \frac{20\sqrt{3}}{40}$.

$\sin\angle ABD = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\angle$ABD=60^0.

По теореме косинусов в ΔABM.

$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos\angle ABM$.

$AM^2 = 64 + 25 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^0$.

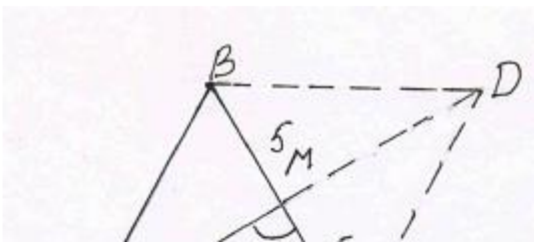
$AM = \sqrt{49} = 7$.

$AC = 2 \cdot AM = 2 \cdot 7 = 14$.

Ответ:14

№4

В ΔABC проведена медиана AM. Найдите площадь ΔABC, если AC=$3\sqrt{2}$, BC=10, $\angle$MAC=45^0.



Дано:

ΔABC

AM- медиана

$AC=3\sqrt{2}$

BC=10

$\angle MAC=45^0$

Найти: $S_{\Delta ABC}$

Решение:

Достроим треугольник ABC до параллелограмма ABDC.

S параллелограмма можно найти по формуле:

$$S_{ABDC}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot BC\cdot \sin\angle AMC$$

Рассмотрим ΔAMC, по теореме синусов.

$$\frac{AC}{\sin\angle AMC}=\frac{MC}{\sin 45^0}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sin\angle AMC}=\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\sin\angle AMC=0{,}6$$

По теореме косинусов

$$MC^2=AM^2+AC^2-2\cdot AM\cdot AC\cdot \cos\angle MAC$$

Пусть AM = x

$$5^2=x^2+$$

$25 = x^2+18-6x$

$x^2-6x-7=0$

$x_1=7$ $x_2=-1$ не удов. условию задачи

AM=7

AD=2AM=14

Тогда:

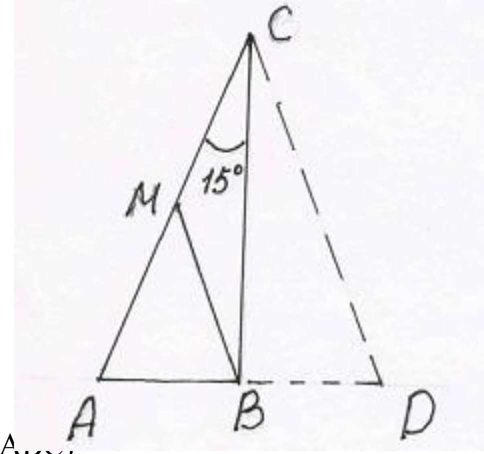
$$S_{ABDC}=\frac{1}{2}\cdot 14\cdot 10\cdot 0{,}6=42$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot S_{ABDC}=\frac{1}{2}\cdot 42=21$$

Ответ: 21

№5

Вычислить площадь прямоугольного треугольника с острым углом 15^0,если медиана, проведенная к гипотенузе равна 10 см.



Дано:

ΔABC, $\angle$B=90°

BM=10см-медиана

$\angle$ACB=15°

Найти:$S_{\Delta \mathrm{ABC}}$

Решение:

Достроим ΔABC до равнобедренного ΔACD.

AM=MC=BM=10см (M-центр описанной окружности около ΔABC)

AC=CD=20см

$\angle$ACD= $\angle$ACB+ $\angle$DCB$=15° + 15° = 30°$

т.к CB- биссектриса в равнобедренном ΔACD

$S_{\Delta \mathrm{ACD}} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AC} \cdot \mathrm{CD} \cdot \sin 30° = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} = 100(\text{см}^2)$

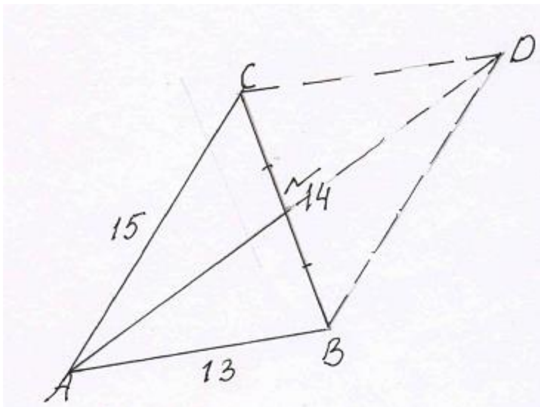
$S_{\Delta \mathrm{ABC}} = \frac{1}{2} \cdot S_{\Delta \mathrm{ACD}} = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50(\text{см}^2)$

Ответ: $50\ см^2$

№6

Стороны треугольника 13см,14см и 15см. Вычислить медиану проведенную к стороне 14см.

Решение:



Достроим до параллелограмма треугольник.

Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон, т.е

$\mathrm{AD}^2 + \mathrm{BC}^2 = 2 \cdot (\mathrm{AC}^2 + \mathrm{AB}^2)$

$\mathrm{AD} = \sqrt{2(\mathrm{AC}^2 + \mathrm{AB}^2) - \mathrm{BC}^2}$

$\mathrm{AD} = \sqrt{2 \cdot (225 + 169) - 196} = 4\sqrt{37}$

$\mathrm{AN} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{AD} = 2\sqrt{37}$

Ответ: $2\sqrt{37}$см.